9. Considere una economía estática poblada por un agente representativo. La diferencia respecto al modelo básico es que el "ocio" es algo que se "produce" en casa, combinando tiempo h y bienes c_h. El bienestar del agente representativo depende del ocio y de los bienes para su consumo general, que denotaremos c_g. Parte del problema del agente representativo es cómo distribuir los bienes producidos entre c_h y c_g. También tiene que distribuir la totalidad de su tiempo H entre tiempo dedicado a la producción de bienes, l, y a la producción de ocio, h. Las preferencias del agente representativo son:

$$u(z, c_g) = \gamma \ln z + \ln c_g.$$

donde z es el ocio que se produce de acuerdo a:

$$z = Bh^{1-\eta}c_h^{\eta},$$

intensidad en el uso de "c_h" para producir "z"

$$\frac{\partial z}{\partial c_h} = \eta B \left(\frac{c_h}{c_g}\right)^{\eta-1}$$

con $0 < \eta < 1$. La tecnología para la producción de bienes es:

$$y = Al^{1-\alpha}$$

(a) A partir de las condiciones de eficiencia, encuentre la relación que en el óptimo se da entre c_h^* y c_g^*.

(b) Exprese, en términos de los parámetros del modelo, el esfuerzo laboral de equilibrio l^*.

(c) Determine cómo varía l^* ante un aumento en η y dé una interpretación intuitiva de este resultado.

(a)
$$\max_{h,n,z,c_g,c_h} \gamma \log(z) + \log(c_g)$$
$$\text{sa: } c_g + c_h = wn + \Pi(w)$$
$$z = Bh^{1-\eta}c_h^{\eta}$$
$$h + n = H$$

$$\max_{n,c_g,c_h} \gamma(1-\eta)\log(H-n) + \gamma\eta\log(c_h) + \log(c_g)$$
$$\text{sa: } c_g + c_h = wn + \Pi(w)$$

CPO:

$$[n]: \quad \frac{\gamma(1-\eta)}{H-n^*} = w\lambda^*$$

$$[c_g]: \quad \frac{1}{c_g^*} = \lambda^* \qquad \frac{1}{c_g^*} = \frac{\gamma\eta}{c_h^*}$$

$$[c_h]: \quad \frac{\gamma\eta}{c_h^*} = \lambda^* \qquad c_h^* = \gamma\eta c_g^*$$

$$\frac{\gamma\eta c_g^*}{c_h^*} = 1$$

(b) $$\frac{\gamma(1-\eta)c_g^*}{H-n^*} = w = (1-\alpha)\frac{y^*}{\ell^*}$$

$$c_h^* = \gamma\eta c_g^*$$

$$c_g^* + c_h^* = y^* \rightarrow c_g^* + \gamma\eta c_g^* = y^*$$

$$n^* = \ell^*$$

$$\downarrow$$

$$c_g^* = \frac{y^*}{1+\gamma\eta}$$

$$\frac{\frac{\gamma(1-\eta)}{1+\gamma\eta}\cancel{y^*}}{H-\ell^*} = (1-\alpha)\frac{\cancel{y^*}}{\ell^*} \rightarrow \ell^* = \frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\frac{\gamma(1-\eta)}{1+\gamma\eta}}$$

(c)